

GEOGEBRA COMO HERRAMIENTA DE APOYO VISUAL EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MODELACIÓN EN MATEMÁTICA ESCOLAR

**Francisco Javier Córdoba Gómez, Elkin Alberto Castrillón Jiménez,
Carlos Alberto Rojas Hincapié**

Instituto Tecnológico Metropolitano. (Colombia)

fjcordob@yahoo.es, franciscocordoba@itm.edu.co, elkincastrillon@itm.edu.co, carojas72@gmail.com

Palabras clave: visualización, modelación, geogebra

Key words: visualization, modelling, geogebra

RESUMEN

En el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas se presenta a veces una dificultad para modelar matemáticamente determinados problemas o situaciones puesto que a veces no se dispone de un medio adecuado que permita una correcta representación y visualización del problema mismo. Esta representación se puede convertir en un primer paso para llegar a la formulación matemática del problema y su solución. GeoGebra se presenta entonces como una poderosa herramienta que permite ese primer acercamiento visual al problema. En este taller se pretende entonces abordar algunos problemas matemáticos desde la visualización.

ABSTRACT

Sometimes is difficult to model problems or situations in learning and teaching of mathematics because it is not always available a suitable means to allow a correct representation and visualization of the problem or situation. This representation can become the first step towards the mathematical formulation of the problem and its solution. GeoGebra is then presented as a powerful software tool to that first visual approach to the problem. This workshop aims to address some mathematical problems from visualization.

■ Introducción

Los estudiantes por lo general demandan por la utilidad de las matemáticas en la solución de problemas cotidianos o posibles en la vida real. Si bien en el aula se plantean este tipo de problemas, para los estudiantes es difícil comprenderlos e interpretarlos pues las formas de representación no siempre son las más adecuadas y se reducen a soluciones analíticas y en algún sentido estáticas y no se pueden observar los resultados de las modificaciones en tiempo real. Es por ello, que la estrategia de modelación en la clase de matemáticas con ayuda de las representaciones que permite GeoGebra (visualización) se puede convertir en una alternativa motivadora que promueve la interacción y participación en clase de matemáticas.

■ La visualización y su importancia

Según Planchart (2002) la matemática en sus comienzos utilizó la percepción visual como instrumento primario para el acercamiento a los objetos reales. Pero, en el transcurso del desarrollo social, la matemática tomó un camino diferente. Gracias a los vestigios históricos se conoce que, en sus inicios, los objetos matemáticos se representaban de manera pictórica. Más adelante, la matemática se formaliza y las estructuras de concretas y visuales cambiaron a estructuras formales y proposiciones lógicas, basadas en teoremas y postulados.

Tal como afirma Hitt (2003), el desarrollo tecnológico y la capacidad de graficación (de las computadoras y calculadoras) impulsaron el estudio del rol que juegan las diferentes representaciones de un concepto matemático en su construcción. Las representaciones de un concepto matemático, solo constituyen una parte del mismo, por lo tanto, el tratamiento de las diferentes representaciones del concepto es lo que nos permitirá su construcción y por ende su comprensión. Por su parte Castañeda (2004, p.114), frente a la pregunta sobre la visualización, se remite a las palabras de Guzmán (1996)

Nuestra percepción es muy primordialmente visual y así no es de extrañar en absoluto que el apoyo continuo en lo visual esté tan presente en las tareas de matematización, [...]. Y aun en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista, los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos, diagramas visuales [...] que les acompañan en su trabajo [...]. La visualización aparece así como algo profundamente natural [...] en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático.

La visualización ha sido generalmente considerada sólo como un soporte que ayuda a la intuición y formación del concepto en el aprendizaje matemático, sin embargo en los últimos años muchos matemáticos y educadores matemáticos han reconocido la importancia del razonamiento visual no solo en el descubrimiento, sino también en la descripción y justificación de resultados, ya que la visualización juega un papel importante en el desarrollo de las estructuras cognitivas del estudiante y del pensamiento matemático (Zúñiga, 2009). En Matemáticas visualizar no significa simplemente ver al objeto matemático, ya sea una figura, gráfica, representación algebraica o cualquiera otra, sino que se refiere a un proceso más complejo en donde las imágenes estimulan el pensamiento abstracto del que las percibe o genera (Kerlegand, 2008).

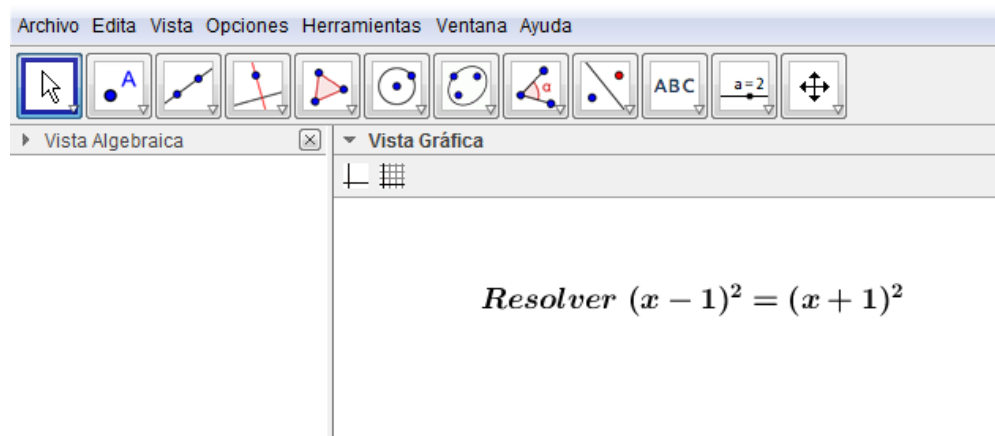
Para Suárez y Cordero (2005), el potencial de la graficación (en el marco de la visualización) puede ir más allá si se le considera en sí misma una modelación. Las características que debería cumplir son: las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, y tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. Por su parte Zimmermann (1990, citado en Hitt, 2003) afirma que el papel del pensamiento visual es tan fundamental para el aprendizaje del cálculo, por ejemplo, que es difícil imaginar un curso exitoso de cálculo que no enfatice en sus elementos visuales, siempre y cuando se trate de promover un entendimiento conceptual.

Según Bu, Spector & Haciomeroglu (2011), GeoGebra ofrece una variedad de recursos digitales que permiten a los estudiantes matematizar situaciones problemáticas realistas, inventar y experimentar con modelos significativos utilizando múltiples representaciones y herramientas de modelado. En el taller se pretende mostrar cómo, mediante diferentes ejemplos y elaboración de los participantes, el proceso de visualización se puede favorecer mediante el uso de un software de dinámico, como GeoGebra, y de qué manera se pueden implementar algunas acciones en el aula que favorezcan el aprendizaje de conceptos matemáticos y ayuden en la modelación.

■ Algunos ejemplos

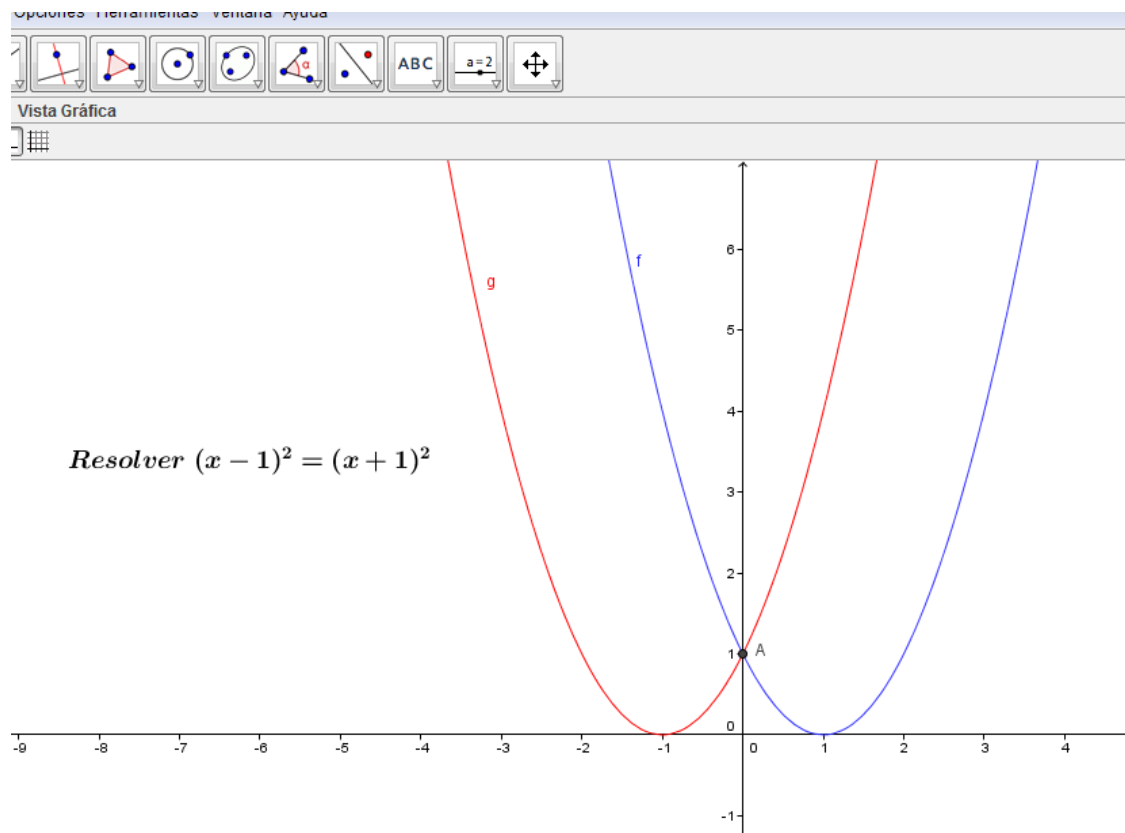
A continuación se muestran algunos ejemplos con ayuda de GeoGebra en los cuales la modelación puede ser llevada a ambientes dinámicos y a partir de la manipulación se pueden obtener respuestas aproximadas a tales problemas. A continuación se muestran algunas imágenes tomadas del ambiente gráfico de GeoGebra. En la figura 1 se muestra un problema algebraico que aunque para los estudiantes puede ser confuso y llevar a respuestas incorrectas, su solución gráfica puede ser de gran utilidad y cambiar la perspectiva del problema.

Figura 1. Problema algebraico



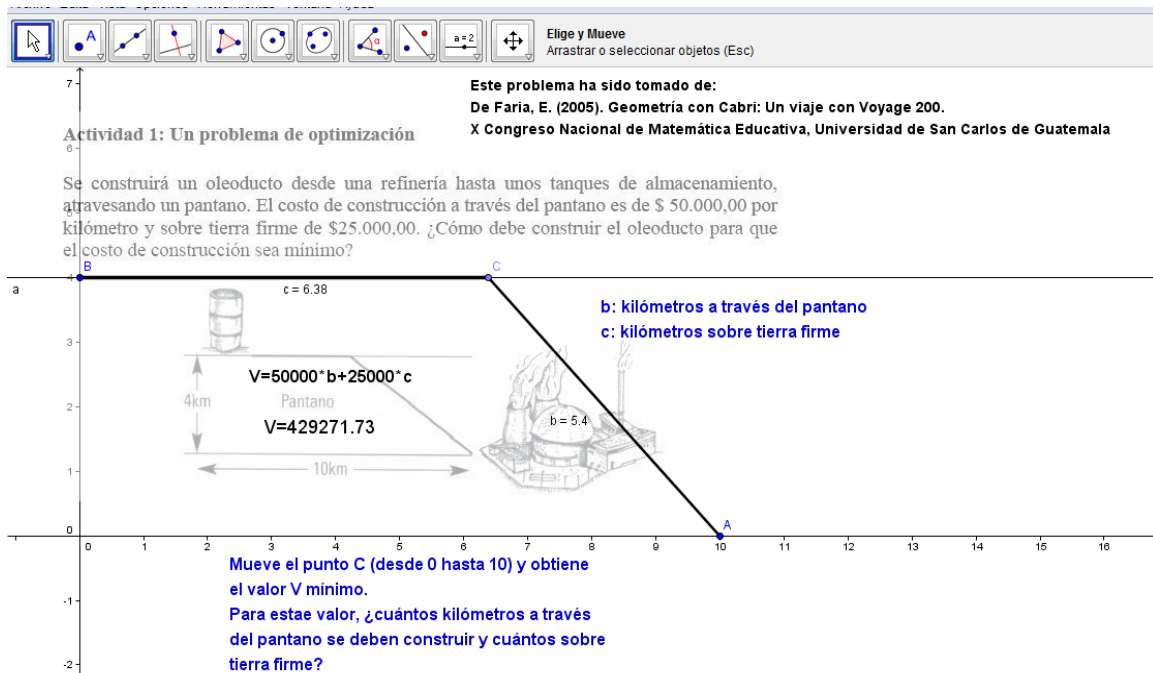
Al llevar esa igualdad a una situación gráfica se puede obtener lo siguiente (figura 2)

Figura 2. Representación de las funciones $f(x) = (x - 1)^2$ y $g(x) = (x + 1)^2$



En la figura 3, se presenta un problema de modelado que se puede resolver usando elementos del cálculo diferencial (optimización), pero que también con ayuda de la visualización usando GeoGebra se puede resolver y encontrar una muy buena aproximación a la solución. Se puede observar que en la misma zona gráfica se pueden ir planteando inquietudes que pueden ir conduciendo a la respuesta y que el mismo estudiante puede manipular los objetos para que vaya confrontando sus respuestas y así llegar a la solución.

Figura 3. Problema de optimización construcción de un oleoducto



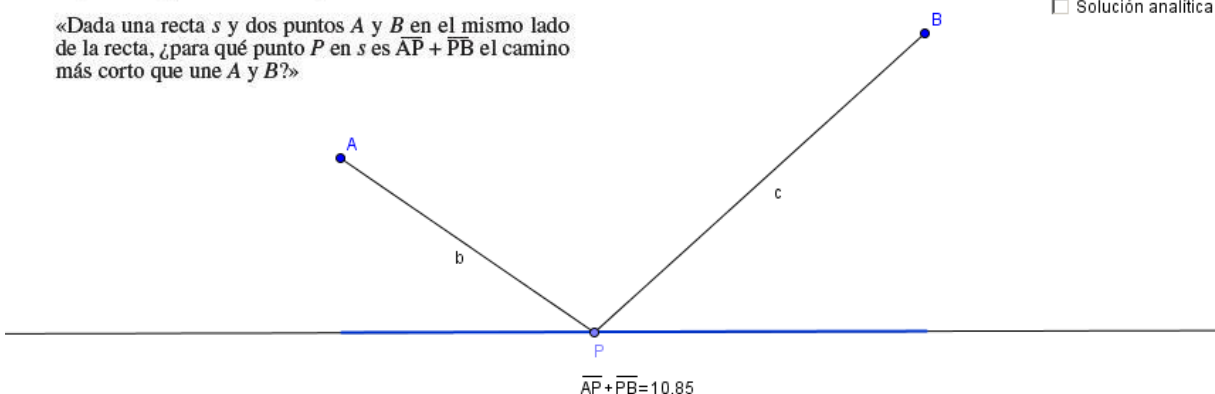
En la figura 3 se plantea un problema clásico de la geometría euclidiana gráficamente

Figura 3. Formulación del problema de Herón. Tomado de Figueras y Deulofeu (2005).

Formulamos el problema de Herón de la siguiente manera (Courant y Robbins, 1941):

«Dada una recta s y dos puntos A y B en el mismo lado de la recta, ¿para qué punto P en s es $\overline{AP} + \overline{PB}$ el camino más corto que une A y B ?»

☐ Solución analítica



En este caso, el estudiante puede mover el punto P y observar cual es la ubicación que da el camino más corto.

Actividades como las anteriores son las que se pueden diseñar en un ambiente de trabajo que combine la visualización, apoyada en la geometría dinámica y la modelación.

■ Consideraciones finales

No se trata de pensar que las herramientas computacionales sean la panacea para solucionar todas las dificultades que se presentan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, se trata de abrirles un espacio en el cual estas herramientas puedan mostrar en igualdad de condiciones frente a los demás elementos tradicionales de la clase, su potencialidad y debilidades.

Defendemos la idea de que entre mayor sea el número de representaciones posibles para un mismo objeto matemático, mayor y mejor será su comprensión, y en este proceso una herramienta como GeoGebra se muestra potencialmente útil y versátil.

■ Referencias bibliográficas

- Bu, L., Spector, J. & Haciomeroglu (2011). Toward Model-Centered Mathematics Learning and Instruction Using GeoGebra: A Theoretical Framework for Learning Mathematics with Understanding. In Lingguo Bu and Robert Schoen (Eds.), *Model-Centered Learning Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra*. The Netherlands: Sense Publisher
- Castañeda, F. (2004). *Visualización y matemáticas*. Universidad del País Vasco. Recuperado el 5 de junio de 2012 de <http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/03-04/PG03-04-fcataneda.pdf>
- Figueras, L. y Deulofeu, J. (2005). Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización. *Enseñanza de las Ciencias*, 23 (2), 217-226.
- Hitt, F. (2003). Una reflexión sobre la construcción de conceptos matemáticos en ambientes con tecnología. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 2, 213-223.
- Kerlegand, C. (2008). *Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de Van Hiele y la visualización*. Tesis de Maestría no publicada, Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del IPN. México.
- Planchart, O. (2002). *La visualización y modelación en la adquisición del concepto de función*. Tesis de doctorado no publicada. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad Autónoma, Morelos., México.
- Suárez, L. y Cordero, F. (2005). Modelación en Matemática Educativa. En J. Lezama, M. Sánchez y J. Molina (Eds.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Zúñiga, M. (2009). *Un estudio acerca de la construcción del concepto de función, visualización*. En *alumnos de un curso de cálculo I*. Tesis de maestría no publicada. Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.